Tirocinio Formativo Attivo

A.A. 2012-2013

Classe A047

Project Work - Docimologia

Progettazione, costruzione e sperimentazione
di una prova di valutazione

Corsisti:

Borra Domenica
Catarinella Lina
Giraudo Stefano

Prof. Roberto Trinchero

Indice

1 Obiettivi generali **2**
1.1 Obiettivi specifici 2
1.2 Obiettivi trasversali 3

2 Obiettivi di apprendimento e indicatori di avvenuto raggiungimento **3**

3 Destinatari della prova **5**

4 Tipologia e struttura della prova **6**

5 Accorgimenti da adottare per la somministrazione della prova **6**

6 Criteri di valutazione e regole di assegnazione dei punteggi **7**

7 Resoconto della somministrazione della prova **8**

8 Analisi dei dati emersi dalla somministrazione della prova **9**
8.1 Frequenza semplice, cumulata e analisi monovariata 9
8.2 Parametri relativi agli items 10
8.2.1 Indice di difficoltá 11
8.2.2 Potere discriminante 11
8.2.3 Indice di selettivitá 12
8.2.4 Indice di affidabilitá 13

9 Indicazioni per il recupero **14**

10 Autoriflessione **14**

A Testo della prova **17**

Premessa

Il presente lavoro é stato svolto dai corsisti Borra Domenica, Catarinella Lina e Giraudo Stefano. Tutti e 3 i tirocinanti hanno lavorato congiuntamente alla stesura di tutti i punti trattati.

La verifica analizzata é stata somministrata a due classi di I liceo scientifico in due diversi Istituti, e verte sulle equazioni lineari. La prova in oggetto é stata posta a conclusione di un'unitá didattica sulle equazioni lineari, fratte e letterali, ed é volta a verificare e valutare l'apprendimento e l'abilitá dello studente nell'applicare i concetti trattati, anche in problemi concreti.

1 Obiettivi generali

La prova di valutazione proposta verte sulle **Equazioni lineari**. In questa sezione vengono indicati gli obiettivi di apprendimento generali di cui la prova di verifica intende rilevare il raggiungimento, o competenze di cui la prova intende rilevare gli indicatori. Distiguiamo tra obiettivi specifici, relativi alla disciplina, e obiettivi trasversali o interdisciplinari.

1.1 Obiettivi specifici

1. Distinguere identitá ed equazioni
2. Classificare le equazioni
3. Riconoscere equazioni determinate, indeterminate e impossibili
4. Applicare i principi di equivalenza
5. Determinare il dominio di un'equazione
6. Risolvere un'equazione
7. Costruire il modello algebrico di un problema reale e/o geometrico
8. Individuare le soluzioni del modello e del problema
9. Comprendere e discutere il ruolo di un parametro, e distinguerlo dall'incognita

Specifichiamo quali sono i prerequisiti necessari allo svolgimento di una buona prova di verifica e i contenuti specifici.

Prerequisiti:

1. Calcolo letterale
2. Prodotti notevoli
3. Individuazione e differenziazione tra addendo e fattore in una espressione

4. Interpretazione di frasi italiane e traduzione in espressioni matematiche

Contenuti specifici:

1. Definizione di identitá ed equazione
2. Classificazione di equazioni in base al numero di soluzioni
3. Principi di equivalenza e concetto di equazioni equivalenti
4. Risoluzione di equazioni lineari, fratte, letterali e condizioni di accettabilitá delle soluzioni
5. Interpretazione di un problema
6. Individuazione delle variabili
7. Traduzione del problema in una equazione e sua risoluzione
8. Interpretazione e contestualizzazione dei risultati

1.2 Obiettivi trasversali

1. Individuare i propri interessi e le proprie convinzioni
2. Valutare le proprie attitudini e riconoscere i propri limiti
3. Esprimersi in maniera chiara nei rapporti interpersonali
4. Adattarsi a situazioni nuove con flessibilitá
5. Lavorare in gruppo
6. Essere propositivi
7. Sostenere le proprie opinioni anche se diverse da quelle della maggioranza

2 Obiettivi di apprendimento e indicatori di avvenuto raggiungimento

Per ciascun obiettivo di apprendimento, esplicitiamo gli indicatori di avvenuto raggiungimento (descrittori dell'apprendimento) e degli item corrispondenti sulla prova di valutazione, su una tabella a quattro colonne. Inoltre associamo ad ogni obiettivo anche i processi cognitivi coinvolti, secondo la tassonomia di Anderson & Krathwohl.

OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	PROCESSI COGNITIVI		INDICATORI – DESCRITTORI	ITEM
Distinguere identitá ed equazioni .	RICORDARE	Riconoscere	Saper distinguere i concetti di identità ed equazione, e sa riconoscerle.	**1.**Quali tra le seguenti sono identità o equazioni $3 + x = 7 - x$ — Identità o Equazione? $x^2 = 9$ $6 = 3 + 3$ $x + 7 = x + 9 - 2$ $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.
Applicare i principi di equivalenza Determinare il dominio di un'equazione			Saper riconoscere equazioni equivalenti, confrontando l'insieme delle soluzioni	2. Dire se le seguenti sono coppie di equazioni equivalenti a. $X^2 - 3 = -2$, $x \in R^+$ — $X^2 - 3 = -2$, $x \in N$ b. $\|x\| = x$ — $x = 0$ c. $X^2 = -4$ — $0x = 1$ d. $2x = 1$ — $50x + 9 = 48x + 10$
Classificare le equazioni in determinate, indeterminate, impossibili		Rievocare	Rievocare i concetti e le definizioni di equazione determinata, indeterminata, impossibile, in base alle soluzioni; Saper esporre i principi di equivalenza ed esemplificarli	3. L'equazione che ha soluzione x = 0 si dice ..... L'equazione che non ha soluzioni si dice ..... L'equazione che ha infinite soluzioni si dice .....
Enunciare ed applicare i principi di equivalenza				4. Enuncia i principi di equivalenza e fai un esempio in cui li applichi.
Costruire il modello algebrico di un problema reale e/o geometrico	COMPRENDERE	Interpretare	Saper interpretare, modellizzare e formalizzare in linguaggio matematico situazioni descritte a parole	5. Traduci in linguaggio matematico le frasi: a. *La mia età è tale che la metà del suo quadrato diminuito di 3 dà 197.* b. *La somma di un numero col doppio del suo consecutivi è 45.*
Applicare i principi di equivalenza Determinare il dominio di un'equazione Risolvere un'equazione Comprendere e discutere il ruolo di un parametro, e distinguerlo dall'incognita	APPLICARE	Eseguire	Saper eseguire operazioni algebriche in modo corretto e risolvere equazioni lineari, fratte, letterali; verificare la correttezza della soluzione, eseguendo algoritmi noti	6. Risolvi la seguente equazione e verifica che il risultato sia una soluzione: $x(1 - 2x) + 9/5\,x - 1 - 7/5\,x - 2/3 + 2x^2 = x + 4/3 - 8/5x + (3 + x)(3 - x) + (x - 1)^2$ 7. Risolvi analizzando le condizioni di esistenza $\frac{11+4x}{2x+5} + \frac{1}{6x^2+19x+10} = \frac{1}{3x+2} + 2$ 8. Trova le soluzioni dell'equazione al variare del parametro a $(2a+1)(x-3) = \frac{1}{2}(ax+4a)$
Applicare i principi di equivalenza Determinare il dominio di un'equazione Risolvere un'equazione Costruire il modello algebrico di un problema reale e/o geometrico 8. Individuare le soluzioni del modello e del problema	COMPRENDERE/APPLICARE	Interpretare Eseguire	Saper interpretare un problema concreto, modellizzandolo con un'equazione lineare; trovarne la soluzione, verificando l'accettabilità della stessa	9. Nel seguente problema, quali sono i dati e quali le incognite? Risolvi il problema. *Una gelateria in una via del centro si trova tra la casa di un bambino e quella dei suoi nonni. Per mangiare un gelato, il bambino percorre ogni volta 170 m, perché prima deve passare a prendere i soldi dai nonni. La distanza tra la casa dei nonni e la gelateria supera di 8 m il triplo della distanza tra la gelateria e la casa del bambino. Calcola la strada che dovrebbe fare il bambino per mangiare un gelato se non dovesse passare dai suoi nonni.*

3 Destinatari della prova

Questa sezione contiene l'esplicitazione dei destinatari (livello e tipologia di allievi) della prova, eventuali prerequisiti e percorso di apprendimento dei destinatari stessi al quale la prova si riferisce.

La prova é stata somministrata nel mese di aprile ad una classe prima del liceo scientifico "Don Bosco"di Cumiana (TO). Si é trattato di una verifica sommativa e l'unitá didattica proposta, é stata: "Equazioni lineari". La classe é formata da 19 allievi, di cui 10 maschi e 9 femmine. Si tratta di una classe molto partecipativa alle lezioni, che spesso vedono coinvolti in una discussione sull'argomento della lezione del giorno la maggior parte degli studenti. Questo fatto puÃš essere causato anche dal fatto che gli studenti hanno avuto nel secondo e terzo anno della scuola secondaria di primo grado lo stesso insegnante, e quindi sono abituati al metodo di lavoro applicato. Inoltre, la classe é coesa avendo condiviso i due anni precedenti e questo favorisce molto i lavori a gruppi proposti. In questa classe é presente un alunno ripetente, che spesso appare svogliato durante le lezioni, non annota gli appunti sul quaderno, tuttavia é uno degli studenti che volontariamente si offre per la risoluzione di esercizi proposti alla lavagna. Gli allievi, in generale, si sono mostrati molto motivati, essendo state proposte principalmente attivitá di gruppo, legate alla realtá. Quando le lezioni sono state frontali (anche se dialogate), il loro atteggiamento é stato molto partecipe da una metá degli allievi, con interventi critici e costruttivi e completamente pertinenti, mentre l'altra metá della classe, formata dagli studenti piú timidi e con piú difficoltá, non ha mostrato molta partecipazione.

La stessa prova é stata poi somministrata a fine aprile ad una classe prima del liceo scientifico paritario P.G. Frassati di Pianezza(TO). La classe é formata da soli 10 studenti, di cui 5 femmine e 5 maschi. I ragazzi, essendo un numero cosí ridotto, partecipano tutti alle lezioni e devono sempre essere presenti attivamente in quanto vengono continuamente stimolati dall'insegnante. Nella classe si vive sempre in un buon clima poiché molti ragazzi si conoscono da molti anni avendo vissuto la stessa realtá scolastica. Essendo un argomento che era stato giá introdotto nella scuola media, qualche ragazzo aveva dei misconcetti che si é cercato di eliminare, anche se con fatica: i principi di equivalenza venivano applicati senza comprenderli a fondo. Data la vasta possibilitá di applicazione nella risoluzione di problemi della vita reale, si é lasciato molto spazio alla discussione e ai lavori di gruppo. La classe é formata da soli 10 studenti, di cui 5 femmine e 5 maschi. I ragazzi, essendo un numero cosí ridotto, partecipano tutti alle lezioni e devono sempre essere presenti attivamente in quanto vengono continuamente stimolati dall'insegnante. Nella classe si vive sempre in un buon clima poiché molti ragazzi si conoscono da molti anni avendo vissuto la stessa realtá scolastica. Essendo un argomento che era stato giá introdotto nella scuola media, qualche ragazzo aveva dei misconcetti che si é cercato di eliminare, anche se con fatica: i principi di equivalenza venivano applicati senza comprenderli a fondo. Data la vasta possibilitá di applicazione nella risoluzione di problemi della vita reale, si é lasciato molto spazio alla

discussione e ai lavori di gruppo.

4 Tipologia e struttura della prova

In questa sezione esplicitiamo la tipologia e la struttura della prova, e le ragioni alla base della scelta di tale tipologia e struttura.

La verifica intende valutare piú livelli di comprensione ed esecuzione degli esercizi legati alle equazioni, pertanto include item di diverso tipo, ad alta, media e bassa strutturazione.

In particolare gli esercizi 1 e 2 sono ad alta strutturazione (o risposta chiusa) e sono volti a verificare la comprensione da parte dell'allievo della differenza tra identitá ed equazioni, tra equazioni equivalenti e non. Quindi si tratta di esercizi di mera applicazione di semplici concetti teorici.

Gli esercizi 3 e 4 sono a bassa strutturazione (o a risposta aperta) e richiedono l'esposizione di definizioni e l'enunciazione dei principi di equivalenza. Pertanto sono stati pensati per verificare l'acquisizione del dovuto linguaggio matematico e relativi concetti teorici. Nell'esercizio 4 si richiedono inoltre degli esempi in cui si applicano i principi enunciati, per valutare se la teoria é stata compresa a fondo e se lo studente é in grado di esemplificare ed applicare i concetti acquisiti.

L'esercizio 5 e 9 richiedono una corretta interpretazione di frasi in lingua italiana e la corrispondente traduzione in linguaggio matematico, modellando le dovute grandezze con variabili matematiche e relazioni. L'esercizio 5 puó considerarsi strutturato.

Successivamente proponiamo gli esercizi 6, 7 e 8, che richiedono lo svolgimento e risoluzione di equazioni, a partire da una caso semplice di equazione lineare (es. 6), un'equazione fratta (es. 7) e una letterale (es. 8). Sono da considerarsi esercizi semistrutturati nel senso che la soluzione é univoca ma lo studente puó variare in modo minimale i passaggi per giungere alla stessa. Sono esercizi volti a verificare l'abilitá nel calcolo letterale, l'applicazione di algoritmi di risoluzione, la verifica delle condizioni di accettabilitá della soluzione.

Infine con l'item 9, a bassa strutturazione, si vuole testare la capacitá del discente di interpretare un problema, individuarne le variabili, impostare il modello matematico mediante un'equazione e trovarne le soluzioni, dopo averne verificato l'accettabilitá in base al contesto proposto.

5 Accorgimenti da adottare per la somministrazione della prova

Questa sezione descrive gli accorgimenti da adottare per la somministrazione della prova (presentazione agli allievi, condizioni per la compilazione, tempo assegnato per la compilazione, ecc.).

Per quanto concerne i tempi relativi alla somministrazione della prova, questa é stata programmata in accordo con gli alunni circa un mese di anticipo, affinché si avesse il tempo per raggiungere un livello di preparazione adeguato. Durante alcune lezioni precedenti la verifica sono stati riaffrontati gli argomenti in oggetto della prova e sono state poste ai discenti alcune domande aventi la finalitá di ripasso generale degli argomenti in questione; inoltre, é stata somministrata una verifica formativa, grazie alla presenza nel libro di testo del *Test di fine capitolo*, in modo che ciascun allievo si rendesse conto della propria situazione. Questa prova é stata in seguito corretta e discussa in classe, mettendo in risalto gli errori commessi e gli accorgimenti necessari per il corretto svolgimento degli esercizi. Agli allievi é stato inoltre comunicato che la prova sarebbe stata semistrutturata, ovvero composta da tipologie di quesiti differenti e, nello specifico, domande a risposta vero/falso, domande a risposta multipla, domande aperte e problemi tratti dal mondo reale. Naturalmente, tutte le tipologie di quesiti sono state affrontate durante la preparazione alla prova di valutazione. Durante il giorno della verifica é stata modificata la disposizione dei banchi, che sono stati distanziati l'uno dall'altro per fare in modo che gli alunni svolgessero la prova autonomamente; questa é stata somministrata dopo essere stata letta dall'insegnante e sono stati chiariti i dubbi degli allievi riguardo lo svolgimento di alcune domande e le relative richieste. E' stato poi chiarito il punteggio corrispondente di ogni singola domanda ed é stato espressamente richiesto di utilizzare esclusivamente le fotocopie in dotazione ad ogni allievo. Naturalmente, sui banchi era consentito avere solamente il materiale necessario per svolgere la prova, ossia biro, testo della prova e un foglio di brutta copia.

6 Criteri di valutazione e regole di assegnazione dei punteggi

Descriviamo e giustifichiamo ora i criteri di valutazione e le regole di assegnazione dei punteggi (matrici di correzione), ai singoli item e all'intera prova e delle regole adottate per il passaggio dai punteggi nella prova ai voti finali.

Abbiamo assegnato ad ognuno dei 9 items un punteggio, in base alla sua difficoltá e complessitá. In particolare:

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9	TOTALE
PUNTEGGIO	*2*	*5*	*3*	*5*	*5*	*5*	*10*	*10*	*15*	60

Per ogni item l'assegnazione del punteggio rispetta i seguenti criteri:

- 1 corrisponde al 100%, quindi l'esercizio é stato svolto correttamente
- 0,75 corrisponde al 75%, procedimento corretto, una piccola svista o errore di calcolo non grave
- 0,5 corrisponde al 50%, idea risolutiva corretta ma troppi errori di calcolo

- 0 esercizio errato o non svolto.

A questo punto il passaggio al punteggio totale é stato ottenuto considerando il peso di ogni singolo esercizio, quindi abbiamo utilizzato la seguente formula:

$$p = p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2 + \cdots + p_9 \cdot v_9$$

dove p_i rappresenta il punteggio dell'item e v_i il valore assegnato.

Poiché entrambi i POF dei due licei hanno stabilito 2 come voto minimo e 10 come voto massimo, siamo passati al voto con la seguente formula:

$$VOTO = 2 + \frac{p \cdot 8}{60}.$$

Nel dare i voti finali abbiamo utilizzato i seguenti voti intermedi: $6,25 = 6+, 6,5 = 6\frac{1}{2}, 6,75 = 6/7$.

7 Resoconto della somministrazione della prova

Presentiamo ora un resoconto della somministrazione della prova ad un gruppo di allievi (contesto in cui la prova é stata testata, numero di allievi, tempi effettivamente impiegati, osservazioni relative all'applicazione degli accorgimenti di somministrazione, reazioni degli allievi, ecc.) ed esplicitazione delle tabelle dei risultati degli allievi.

Dopo aver letto la prova é stato comunicato il tempo massimo a disposizione per il suo svolgimento: la prova é stata somministrata agli studenti dando loro 110 minuti per la risoluzione, essendo le ore scolastiche ciascuna composta da 55 minuti. Nessun allievo risultava assente. É stato inoltre esplicitato che qualora la consegna fosse avvenuta prima del tempo gli studenti avrebbero dovuto rimanere al proprio posto in silenzio. Il tempo assegnato per lo svolgimento della prova é risultato sufficiente, infatti tutti gli alunni hanno consegnato entro il tempo a disposizione. Gli accorgimenti adottati sono risultati adeguati allo scopo, in quanto gli studenti hanno lavorato autonomamente. É stato osservato che tendenzialmente gli alunni hanno svolto le domande nellórdine, quindi prima le domande a risposta chiusa, poi quelle a risposta multipla, per soffermarsi piú tempo su quelle a risposta aperta e sul problema del mondo reale risolvibile con unéquazione.

In Appendice compare il testo della prova.

Utilizzando i criteri prima esplicitati, abbiamo ottenuto la seguente matrice dei voti:

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9	PUNTEGGIO	VOTO	VOTO DEF
	2	*5*	*3*	*5*	*5*	*5*	*10*	*10*	*15*	60		
Studente1	1	1	1	0,5	1	0,75	1	0	0	31,25	6,166667	**6,25**
Studente2	1	0	1	0,5	1	1	1	1	0,5	45	8	**8**
Studente3	0,5	1	1	1	1	0,5	1	0,75	0	39	7,2	**7,25**
Studente4	1	0	0,5	1	1	0,75	0,5	0	0	22,25	4,966667	**5**
Studente5	0	1	1	1	0	0,75	1	1	1	51,75	8,9	**9**
Studente6	0	0	1	1	0	1	1	1	0	33	6,4	**6,5**
Studente7	0	0	1	0	0,5	1	0,5	0	0	15,5	4,066667	**4**
Studente8	1	0,5	1	1	1	1	0,5	0	0,5	35	6,666667	**6,5**
Studente9	1	0,5	1	0,5	0	0,5	0,5	0	0	17,5	4,333333	**4,5**
Studente10	1	0,5	1	0,5	1	0,5	0,75	0,5	0	30	6	**6**
Studente11	0,5	1	1	0	0,5	1	0,5	0,5	0	26,5	5,533333	**5,5**
Studente12	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	57,5	9,666667	**9,5**
Studente13	1	1	1	1	0,5	0,75	1	1	0	41,25	7,5	**7,5**
Studente14	0,5	1	1	1	1	1	0,5	0	0,5	36,5	6,866667	**6,75**
Studente15	1	0	1	0,5	0,5	1	1	0,5	0,5	37,5	7	**7**
Studente16	1	0,5	1	1	0	0,5	0,75	0	0	22,5	5	**5**
Studente17	1	0	1	0,5	1	0,5	0,75	0,5	0	27,5	5,666667	**5,5**
Studente18	0,5	1	1	0,5	1	0,5	1	1	0,75	50,25	8,7	**8,75**
Studente19	0	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	0	0	23	5,066667	**5**
Studente20	1	0,5	1	1	0	1	1	0	1	42,5	7,666667	**7,5**
Studente21	1	0	0,5	1	0	1	0,5	1	0	28,5	5,8	**7,75**
Studente22	1	0	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0	0	18,5	4,466667	**4,5**
Studente23	1	0	1	0,5	0,5	0,75	0,75	0	1	36,25	6,833333	**6,75**
Studente24	1	1	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	22,5	5	**5**
Studente25	0,5	0,5	1	0,5	1	0,75	1	0	1	42,75	7,7	**7,75**
Studente26	0,5	0,5	1	0	1	1	0,75	0	0,75	35,25	6,7	**6,75**
Studente27	1	0,5	0,5	1	1	1	0,5	0,5	0	31	6,133333	**6**
Studente28	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	55	9,333333	**9,5**
Studente29	1	0	1	1	0	0,75	0,5	0,5	0	23,75	5,166667	**5**

Figura 1: Matrice dei voti.

8 Analisi dei dati emersi dalla somministrazione della prova

Questa sezione contiene l'analisi dei dati emersi dalla somministrazione della prova. In particolare presentiamo la frequenza semplice e cumulata (moda, mediana, media e scarto tipo dei risultati) nella Sezione 8.1 e l'analisi degli item nella Sezione 8.2 (indici di difficoltá, selettivitá, affidabilitá, potere discriminante) per ciascuno degli item della prova stessa, con considerazioni sulla loro bontá e sull'opportunitá di conservarli in una versione successiva della prova.

8.1 Frequenza semplice, cumulata e analisi monovariata

Il seguente istogramma riporta le frequenze dei voti finali della prova. Nel grafico successivo abbiamo invece calcolato le frequenze cumulate. Possiamo notare un'alta frequenza per il voto 5, seguita dal voto 6/7, mentre le altre frequenze sono abbastanza simili, compare un'insufficienza molto grave

ma anche 2 voti superiori al nove. Per come é stata strutturata la prova non compaiono voti inferiori al 4.

VOTO	FREQUENZA	FREQ CUMULATA	VOTO	FREQUENZA	FREQ CUMULATA
4	1	1	7	1	19
4,25	0	1	7,25	1	20
4,5	2	3	7,5	2	22
4,75	0	3	7,75	2	24
5	5	8	8	1	25
5,25	0	8	8,25	0	25
5,5	2	10	8,5	0	25
5,75	0	10	8,75	1	26
6	2	12	9	1	27
6,25	1	13	9,25	0	27
6,5	2	15	9,5	2	29
6,75	3	18			

Figura 2: Tabella frequenze.

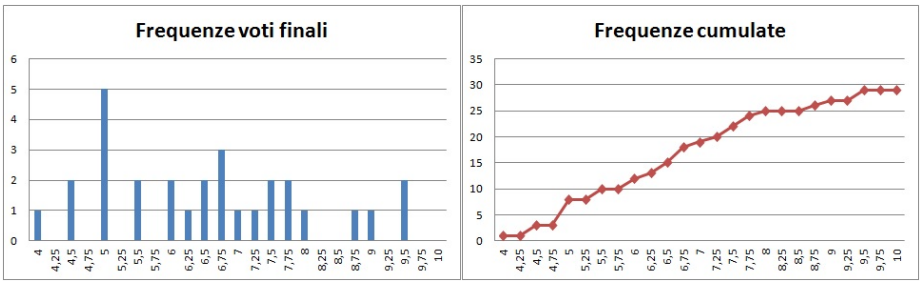

Figura 3: Frequenze relative e cumulate.

8.2 Parametri relativi agli items

Calcoliamo e riportiamo per ogni item, punteggio massimo, punteggio minimo, moda, mediana e deviazione standard e varianza campionaria.

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9
Media	0,75862	0,5	0,931034	0,706897	0,603448	0,784483	0,76724	0,387931	0,327586
Mediana	1	0,5	1	1	0,5	0,75	0,75	0,5	0
Moda	1	1	1	1	1	1	1	0	0
Deviazione standard	0,36248	0,41523	0,172414	0,335211	0,402135	0,214999	0,22677	0,413074	0,415764
Varianza campionaria	0,13139	0,17241	0,029727	0,112366	0,161712	0,046225	0,05143	0,17063	0,17286
Minimo	0	0	0,5	0	0	0,5	0,5	0	0
Massimo	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figura 4: La figura riporta per ogni item punteggio massimo, minimo, moda, mediana, deviazione standard e varianza campionaria.

Osserviamo allora quanto segue:

- i primi esercizi sono stati svolti quasi da tutti gli studenti, con moda 1 e media abbastanza alta (0,75);
- il secondo esercizio ha creato piú problemi del previsto avendo una media bassa (0,5) e considerando la sua semplicitá;
- gli ultimi due esercizi, essendo i piú complessi, hanno moda 0 e media molto bassa (0,3), ma comunque diversi studenti sono riusciti ad affrontarli autonomamente;
- non sono presenti esercizi non svolti da nessuno studente.

8.2.1 Indice di difficoltá

L' indice di difficoltá di un item é dato dal rapporto tra i punti ottenuti da tutti i compilatori su quel dato item ed il punteggio massimo ottenibile sull' item:

$$ID = \frac{P_{tot}}{P_{max}}.$$

L' indice varia tra 0 e 1, indicando una difficoltá troppo elevata per valori prossimi a 0, e per valori prossimi a 1 indica che l' esercizio é stato troppo facile in quanto quasi tutti gli studenti sono riusciti a svolgerlo.

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9
ID	0,76	0,50	0,93	0,71	0,60	0,78	0,77	0,39	0,33

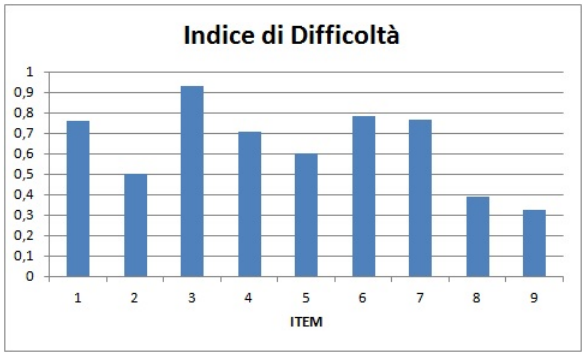

Figura 5: La figura riporta i valori e il corrispondente grafico dell'indice di difficoltá calcolato per ogni item della prova.

Come affermato precedentemente gli items piú difficili risultano il 2, l'8 il 9. L'item 3 invece risulta forse troppo facile.

8.2.2 Potere discriminante

Il potere discriminante di un item é dato dal prodotto tra il numero di risposte esatte (E) date all' item e i numero di risposte sbagliate (S) rapportato alla metá del numero totale di risposte (N) elevato al quadrato:

$$PD = \frac{E \cdot S}{\left(\frac{N}{2}\right)^2}$$

Anche il potere discriminante varia tra 0 e 1:

- se PD = 0 allora tutti gli studenti hanno risposto in modo corretto o in modo errato
- se PD = 1 allora metá degli studenti ha risposto in modo corretto e metá in modo errato.

Per calcolare tale indice abbiamo deciso di considerare corrette le risposte con il 100% o il 75% di punteggio assegnato, le altre sono invece considerate come errate.

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9
ESATTE	19	10	25	15	13	20	18	7	8
SBAGLIATE	10	19	4	14	16	9	11	22	21
DP	0,904	0,904	0,476	0,999	0,989	0,856	0,942	0,732	0,799

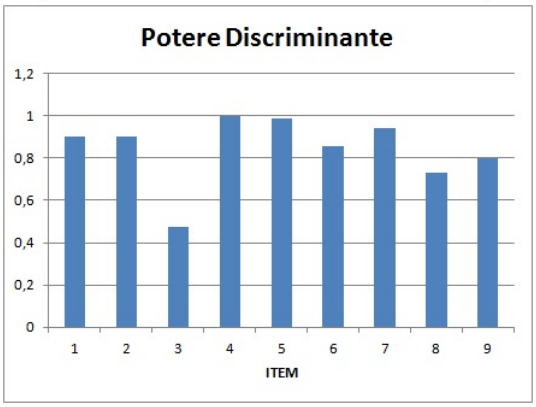

Figura 6: La figura riporta i valori e il corrispondente grafico del potere discriminante di ogni item della prova.

8.2.3 Indice di selettivitá

L' indice di selettivitá di un item é dato dalla differenza tra il numero di risposte esatte date all' item da parte degli studenti con i risultati migliori nell' intera prova (N_m) (abbiamo considerato il terzo degli allievi che ha raggiunto

il punteggio piú alto) e il numero totale di risposte esatte all' item dato dagli allievi che hanno ottenuto i risultati peggiori nell' intera prova (N_p) (abbiamo considerato il terzo che ha ottenuto il punteggio piú basso), rapportato al numero degli allievi fratto 3:

$$IS = \frac{N_m - N_p}{N/3}.$$

Tale indice varia tra -1 e 1: se IS = 1 il terzo di studenti piu bravi ha risposto in modo corretto mentre il terzo degli studenti meno bravi ha risposto in modo errato. In questo caso la selettivitá dell' item é massima. Se IS = 0 l' item non é per niente selettivo, poiché significa che tanti studenti bravi quanti scarsi hanno risposto in modo corretto. Se infine IS = -1 si parla di selettivitá rovesciata: gli studenti scarsi hanno risposto in modo corretto mentre i bravi in modo errato.

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9
IS	0,00	0,31	0,00	0,10	0,21	0,10	0,10	0,21	0,31

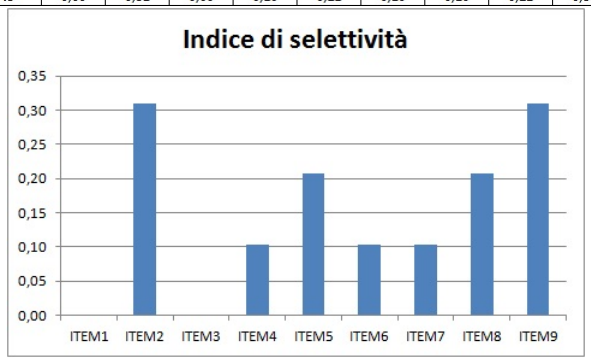

Figura 7: La figura riporta i valori e il corrispondente grafico dell'indice di selettivitá di ogni item della prova.

Osserviamo che gli items piú selettivi sono stati il 2 e il 9, seguiti dall' 8 e dal 5, anche se non hanno un alto indice di selettivitá. Non sono presenti indici con selettivitá rovesciata.

8.2.4 Indice di affidabilitá

L' indice di affidabilitá di un item é dato dal prodotto dell' indice di difficoltá e dell' indice di selettivitá:

$$IA = ID \cdot IS.$$

Questo indice varia tra -1 e +1:

- $IA < 0$ se l' indice di selettivitá é negativo
- $IA = 0$ allora l' item non discrimina in modo netto gli studenti in base alla preparazione

- $IA = 1$ allora l' item discrimina in modo netto gli studenti piú preparati da quelli meno preparati.

Questo indice mette in evidenza come un buon item debba essere sufficientemente facile e allo stesso tempo discriminante.

	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9
ID	0,76	0,50	0,93	0,71	0,60	0,78	0,77	0,39	0,33
IS	0,00	0,31	0,00	0,10	0,21	0,10	0,10	0,21	0,31
IA	0,00	0,16	0,00	0,07	0,12	0,08	0,08	0,08	0,10

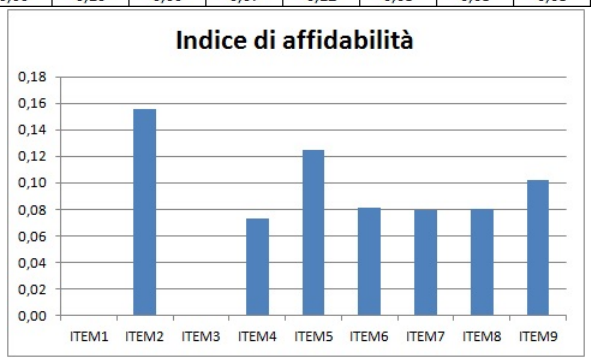

Figura 8: La figura riporta i valori e il corrispondente grafico dell'indice di affidabilitá di ogni item della prova.

L' item piú affidabile risulta il secondo, seguito dal quinto e dal nono item. Ci aspettavamo un risultato del genere per il nono item ma non per il secondo.

9 Indicazioni per il recupero

La prova di valutazione é stata consegnata e corretta in classe, evidenziando gli errori commessi e motivando il corretto svolgimento degli stessi. In ogni prova sono stati evidenziati gli errori commessi, in particolare maggior rilevanza é stata data agli errori piú gravi e agli errori piú frequenti. Per gli allievi che non hanno raggiunto gli obiettivi minimi si propongono attivitá di recupero, che verrá poi monitorato con opportune verifiche. Proponiamo inoltre indicazioni generali per la programmazione successiva, sulla base dei risultati ottenuti nella prova. Il capitolo successivo riguarda le disequazioni lineari, pertanto si tratta di un argomento strettamente collegato a quello delle equazioni lineari; si cercherá, per quanto possibile, di far leva sul tipo di errori piú gravi e piú frequenti commessi nella prova, al fine di far raggiungere anche agli studenti che hanno mostrato piú difficoltá un pieno livello di autonomia e di comprensione dell'argomento stesso.

10 Autoriflessione

A conclusione del lavoro, autoriflettiamo sull'esperienza compiuta. Ci poniamo le seguenti domande: cosa si é imparato dall'esperienza della costruzione, della somministrazione e dell'analisi dei dati della prova stessa, cosa si rifarebbe allo stesso modo, se si potesse ripercorrere il percorso compiuto, cosa si farebbe in modo diverso.

Dall'analisi degli indici calcolati, riassumendo, risulta che:

1. i primi esercizi sono stati svolti quasi da tutti gli studenti, con moda 1 e media abbastanza alta (0,75);

2. il secondo esercizio ha creato piú problemi del previsto avendo una media bassa (0,5) e considerando la sua semplicitá;

3. gli ultimi due esercizi, essendo i piú complessi, hanno moda 0 e media molto bassa (0,3), ma comunque diversi studenti sono riusciti ad affrontarli autonomamente;

4. non sono presenti esercizi non svolti da nessuno studente.

Come affermato precedentemente gli items piú difficili risultano il 2, l'8 il 9. L'item 3 invece risulta forse troppo facile.

Gli items piú selettivi sono stati il 2 e il 9, seguiti dall' 8 e dal 5, anche se non hanno un alto indice di selettivitá. Non sono presenti indici con selettivitá rovesciata. L' item piú affidabile risulta il secondo, seguito dal quinto e dal nono item. Ci aspettavamo un risultato del genere per il nono item ma non per il secondo.

Un possibile cambiamento nella futura somministrazione di tale prova, potrebbe essere dato dal rendere noti agli studenti i vari abbinamenti tra item e punteggi assegnati, anche se la valutazione della difficoltá dell'esercizio (e quindi l'assegnazione di un punteggio maggiore) resta un aspetto interessante che lo studente con l'esperienza e la padronanza degli argomenti dovrebbe acquisire. Sicuramente tali abbinamenti verranno resi noti alla consegna della verifica per una maggiore trasparenza del voto.

Sinceramente riteniamo che questo corso sia servito anche a considerare la matematica dal punto di vista dello studente, ed in particolare a chiarire in che modo possano essere raggiunti gli obiettivi di apprendimento proposti, rendendoci partecipi che, a volte, principi e concetti per noi evidenti non risultano essere tali per i nostri studenti. Riteniamo anche che l'esperienza nell'insegnamento sia un fattore di notevole importanza.

Inoltre, pensiamo sia utile sottolineare il fatto di aver potuto sperimentare in via pratica la nostra progettazione della prova: infatti, riteniamo che solo con l'esperienza pratica nella classe (in questo caso lo svolgimento di una prova di valutazione, ma potrebbe benissimo valere lo stesso discorso per un'attivitá in laboratorio di informatica, oppure ancora piú semplicemente la preparazione di una lezione o di piú lezioni riguardanti un determinato argomento) ci si possa accorgere dell'adeguatezza e del livello di accuratezza del lavoro

svolto. Per quanto riguarda le singole prove, anche grazie agli argomenti affrontati in altri corsi del T.F.A. (Pedagogia Speciale), riteniamo sia importante evidenziare i miglioramenti dimostrati dagli studenti che normalmente hanno difficoltá ad affrontare e risolvere correttamente una prova di valutazione di matematica, in modo che l'incoraggiamento derivante da questa osservazione singola possa condurre il discente ad un continuo e costante miglioramento nell'apprendimento.

A Testo della prova

Prova di verifica (classe I Scientifico)

EQUAZIONI LINEARI

Data: COGNOME NOME:

1. Quali tra le seguenti sono identitá o equazioni
   (a) $3 + x = 7 - x$
   (b) $x^2 = 9$
   (c) $6 = 3 + 3$
   (d) $x + 7 = x + 9 - 2$
   (e) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
2. (a) $x^2 - 3 = -2, x \in \mathbb{R}^+, \quad x^2 - 3 = -2, x \in \mathbb{N}$
   (b) $|x| = x, \quad x = 0$
   (c) $x^2 = -4, \quad 0x = 1$
   (d) $2x = 1, \quad 50x + 9 = 48x + 10$
3. L'equazione che ha soluzione $x = 0$ si dice .....
   L'equazione che non ha soluzioni si dice .....
   L'equazione che ha infinite soluzioni si dice .....
4. Enuncia i principi di equivalenza e fai un esempio in cui li applichi.
5. Traduci in linguaggio matematico le frasi:
   - La mia etá é tale che la metá del suo quadrato diminuito di 3 dá 197.
   - La somma di un numero col doppio del suo consecutivi é 45.
6. Risolvi la seguente equazione e verifica che il risultato sia una soluzione:
$$x(1-2x) + \frac{9}{5}x - 1 - \frac{7}{5}x - \frac{2}{3} + 2x^2 = x + \frac{4}{3} - \frac{8}{5}x + (3+x)(3-x) + (x-1)^2$$
7. Risolvi analizzando le condizioni di esistenza
$$\frac{11+4x}{2x+5} + \frac{1}{6x^2+19x+10} = \frac{1}{3x+2} + 2$$
8. Trova le soluzioni dell'equazione al variare del parametro a
$$(2a+1)(x-3) = \frac{1}{2}(ax+4a)$$

9. Nel seguente problema, quali sono i dati e quali le incognite? Risolvi il problema.
   Una gelateria in una via del centro si trova tra la casa di un bambino e quella dei suoi nonni. Per mangiare un gelato, il bambino percorre ogni volta 170 m, perché prima deve passare a prendere i soldi dai nonni. La distanza tra la casa dei nonni e la gelateria supera di 8 m il triplo della distanza tra la gelateria e la casa del bambino. Calcola la strada che dovrebbe fare il bambino per mangiare un gelato se non dovesse passare dai suoi nonni.